

제 2 교시

수리 영역(나형)

짝수형

5지선다형

1. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 2}{5^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

3. 함수 $f(x) = x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. 어느 학교 학생회가 축제 기간에 운영하는 먹거리 장터에서 수학 동아리가 다음과 같은 차림표를 마련하였다.

차림표		
품명	단위	가격(원)
유클리드 생수	병	$500 \times \sqrt[3]{8}$
피타고라스 김밥	줄	$500 \times \log_3 27$
가우스 떡볶이	접시	$500 \times \sum_{k=1}^3 k$
⋮	⋮	⋮

유클리드 생수 1병과 피타고라스 김밥 1줄을 살 때, 지불해야 할 금액은? [3점]

- ① 1500 원 ② 2000 원 ③ 2500 원
 ④ 3000 원 ⑤ 3500 원

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{2n}{n+1} a_n$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$2a$	1

$E(4X+10)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

7. 누에나방 암컷은 페로몬을 분비하여 수컷을 유인한다.

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 t 초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 x 인 곳에서 측정한 페로몬의 농도 y 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log y = A - \frac{1}{2} \log t - \frac{Kx^2}{t} \quad (\text{단, } A \text{와 } K \text{는 양의 상수이다.})$$

누에나방 암컷이 페로몬을 분비한 후 1초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 2인 곳에서 측정한 페로몬의 농도는 a 이고, 분비한 후 4초가 지났을 때 분비한 곳으로부터 거리가 d 인

곳에서 측정한 페로몬의 농도는 $\frac{a}{2}$ 이다. d 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 다항식 $(x+a)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수가 280일 때, x^5 의 계수는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 112 ② 105 ③ 98 ④ 91 ⑤ 84

9. 함수 $F(x) = \int_0^x (t^3 - 1)dt$ 에 대하여 $F'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A|B) = \frac{3}{8}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

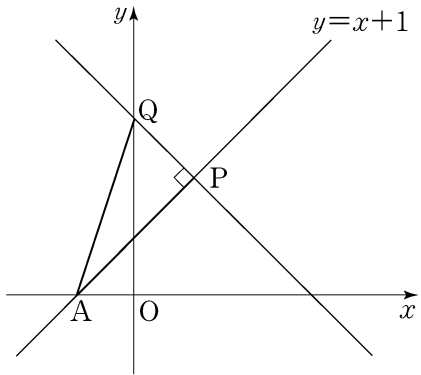
- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

11. 첫째항이 -5 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=11}^{20} a_k \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 240 ② 245 ③ 250 ④ 255 ⑤ 260

12. 그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $A(-1, 0)$ 과 $P(t, t+1)$ 이 있다. 점 P 를 지나고 직선 $y=x+1$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2}$ 의 값은?
[3점]

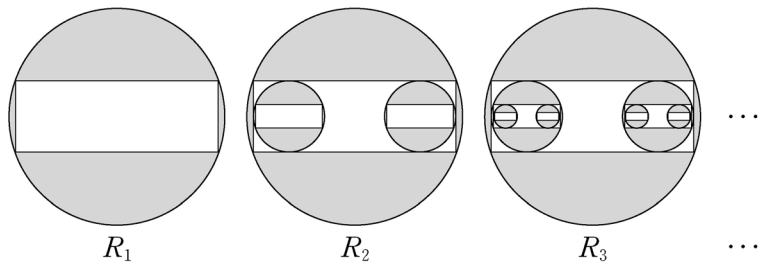


- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

13. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 카드를 한 장 꺼내고, 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 카드를 한 장 꺼낸다. 주머니에서 꺼낸 카드에 적힌 수가 짝수일 때, 그 카드가 주머니 A에서 꺼낸 카드일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

14. 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 그림과 같이 가로
 길이와 세로의 길이의 비가 3:1인 직사각형을 이 원에
 내접하도록 그리고, 원의 내부와 직사각형의 외부의
 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 직사각형의 세 변에 접하도록 원 2개를 그린다.
 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로
 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 그림 R_2 에서 새로 그려진 직사각형의 세 변에 접하도록
 원 4개를 그린다. 새로 그려진 각 원에 그림 R_1 을 얻는 것과
 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을
 R_3 이라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에서 색칠된
 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{4}\pi - \frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{4}\pi - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}\pi - \frac{8}{5}$
- ④ $\frac{5}{4}\pi - 1$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi - \frac{16}{15}$

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 + B = 3E, \quad A^4 + B^2 = 7E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른
 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $AB = BA$
- ㄴ. $B^{-1} = A^2$
- ㄷ. $A^6 + B^3 = 18E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이 X 는 평균이 m 이고, 표준편차가 4인 정규분포를 따른다고 한다.

$P(m \leq X \leq a) = 0.3413$ 일 때, 이 공장에서 생산된 제품 중에서 임의추출한 제품 16개의 길이의 표본평균이 $a-2$ 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, a 는 상수이고, 길이의 단위는 cm이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.0919
 ④ 0.1359 ⑤ 0.1587

17. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$nS_{n+1} = (n+2)S_n + (n+1)^3 \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

자연수 n 에 대하여 $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$ 이므로

$$na_{n+1} = 2S_n + (n+1)^3 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

이다. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$(n-1)a_n = 2S_{n-1} + n^3 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

이고, ㉠에서 ㉡을 뺀 식으로부터

$$na_{n+1} = (n+1)a_n + \boxed{\text{(가)}}$$

를 얻는다. 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n} + \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n(n+1)}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{n}$ 이라 하면,

$$b_{n+1} = b_n + 3 + \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_n = b_2 + \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 3)$$

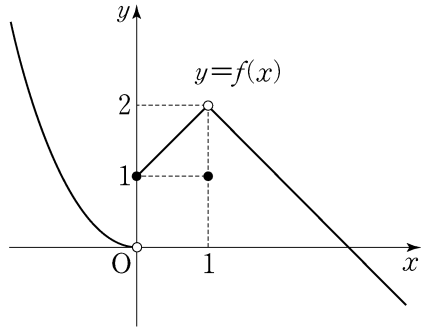
이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(3)}{g(3)h(6)}$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

18. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1$
 - ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
 - ㄷ. 함수 $(x-1)f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) = -1$ 이고,

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

20. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자. 두 부등식

$$f(n) \leq f(54), \quad g(n) \leq g(54)$$

를 만족시키는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 50 ② 48 ③ 46 ④ 44 ⑤ 42

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $\log_3(x-11) = 3\log_3 2$ 를 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\int_0^5 (4x-3)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 세 수 $a, a+b, 2a-b$ 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 $1, a-1, 3b+1$ 은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = -x^3 + 4x$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 이다. $10a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

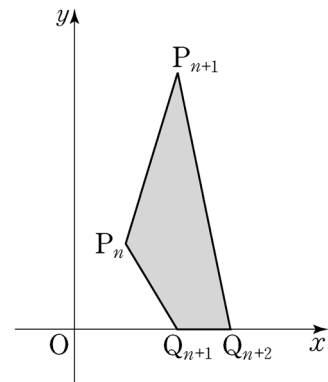
27. 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x)$ 이다. X 의 평균이 $\frac{1}{4}$ 이고, $\int_0^1 (ax + 5)f(x)dx = 10$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(n, 3^n)$, 점 Q_n 의 좌표를 $(n, 0)$ 이라 하자.

사각형 $P_n Q_{n+1} Q_{n+2} P_{n+1}$ 의 넓이를 a_n 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$$

이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

$$(가) A^2 + 2A - E = O$$

$$(나) A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$(A+2E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$ 과 곡선 $y=b^x$ 이 직선 $x=t$ ($t \geq 1$)와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4, b=5$ 는 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

$$(가) 2 \leq a \leq 10, 2 \leq b \leq 10$$

$$(나) t \geq 1 \text{인 어떤 실수 } t \text{에 대하여 } \overline{PQ} \leq 10 \text{이다.}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.